Sistem Komunikasi II
(*Digital Communication Systems*)

Lecture #4: **Demodulasi / Deteksi Baseband**
(*Baseband Demodulation/Detection*)
- PART II -

Topik:

4.1 Notasi & Terminologi Vektor.
4.2 Energi & Euclidean Distance.
4.3 Optimal Detection: "*Minimum Euclidean Distance*"
4.4 Gram-Schmidt Ortho-normalization (GSO).

4.1. Notasi & Terminologi Vektor

2 vektor: $\vec{u}$, $\vec{v}$ dengan dimensi N → jumlah elemen = N

(1). Inner-Product (antar 2 vektor):

$$< \vec{u}, \vec{v} > = \sum_{i=1}^{N} u_i \cdot v_i$$

(2). Panjang vektor:

$$\left\| \vec{u} \right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} u_i^2}$$

(3). Euclidean Distance:

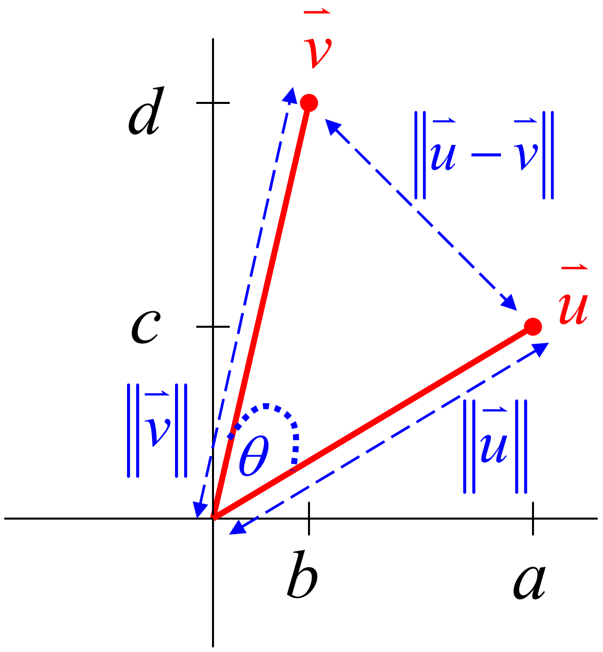
$$\left\| \vec{u} - \vec{v} \right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (u_i - v_i)^2}$$

4.1. Notasi & Terminologi Vektor – cont.

2 vektor: $\vec{u}\ ,\ \vec{v}$ dengan dimensi N → jumlah elemen = N

(4). Sudut (antar 2 vektor):

$$\theta_{uv} = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|}\right)$$



(5). Orthogonal:

u & *v* orthogonal, apabila:

$$\boxed{\vec{u}\cdot\vec{v}=0 \quad\Rightarrow\quad \theta_{uv}=90^o}$$

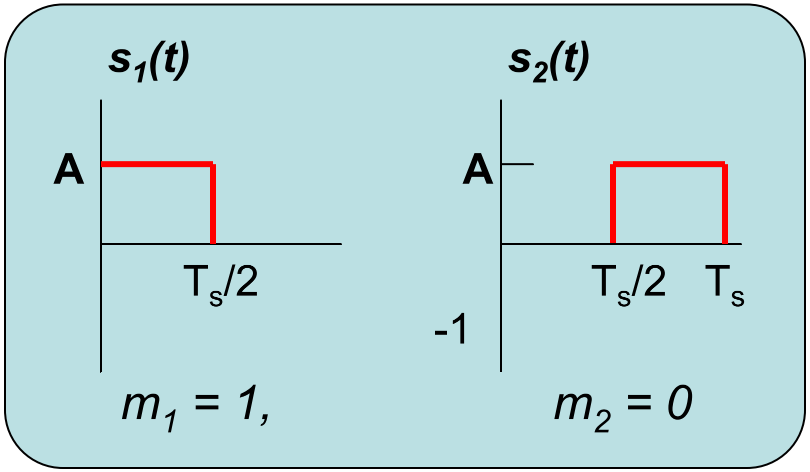
$$\vec{u}=\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}\ ,\ \vec{v}=\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$$

4.2. Energi & Euclidean Distance

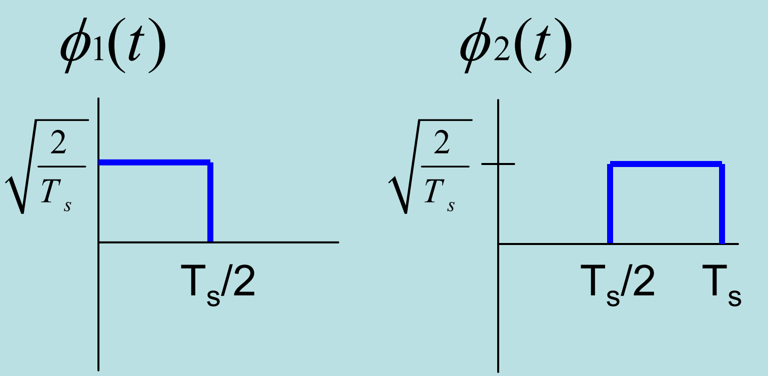
Sinyal Waveform – $s_i(t)$	Sinyal Vektor - s_i
Energi (waveform): $$E = \int_o^T s^2(t) \cdot dt$$	(Panjang vektor)^2 $$\left\|\vec{s}\right\|^2 = \sum_{k=1}^{N} s_k^2$$
Euclidean Distance [waveform] : $$D_{ij} = \int_o^T (s_i(t) - s_j(t))^2 \cdot dt$$	(Euclidean Distance [vektor])^2 $$\left\|\vec{s_i} - \vec{s_j}\right\|^2 = \sum_{k=1}^{N} (s_{i,k} - s_{j,k})^2$$
Untuk sinyal waveform	*Untuk sinyal waveform*

4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Contoh: Orthogonal Binary PAM



Fungsi Basis:



$$s_{11} = \int_0^{T_s} s_1(t) \cdot \phi_1(t)\, dt = A\sqrt{T_s/2}$$

$$s_{12} = \int_0^{T_s} s_1(t) \cdot \phi_2(t)\, dt = 0$$

$$\overrightarrow{s_1} = \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\sqrt{T_s/2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$s_{21} = \int_0^{T_s} s_2(t) \cdot \phi_1(t)\, dt = 0$$

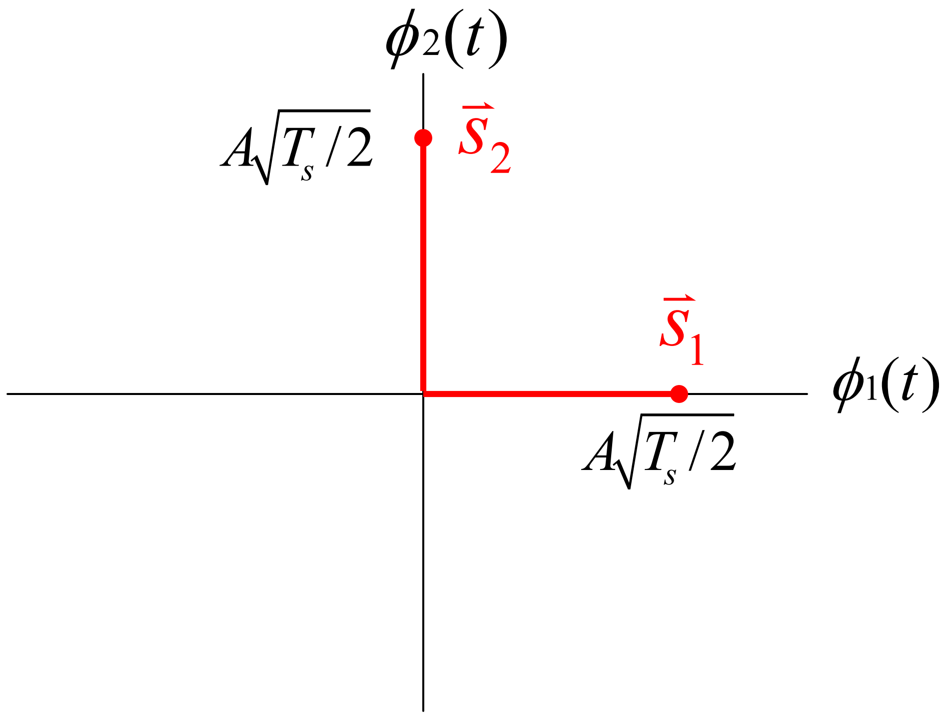
$$s_{22} = \int_0^{T_s} s_2(t) \cdot \phi_2(t)\, dt = A\sqrt{T_s/2}$$

$$\overrightarrow{s_2} = \begin{bmatrix} s_{21} \\ s_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A\sqrt{T_s/2} \end{bmatrix}$$

4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Contoh: Orthogonal Binary PAM - cont.

Representasi Geometris:



$$\vec{s}_1 = \begin{bmatrix} A\sqrt{T_s/2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

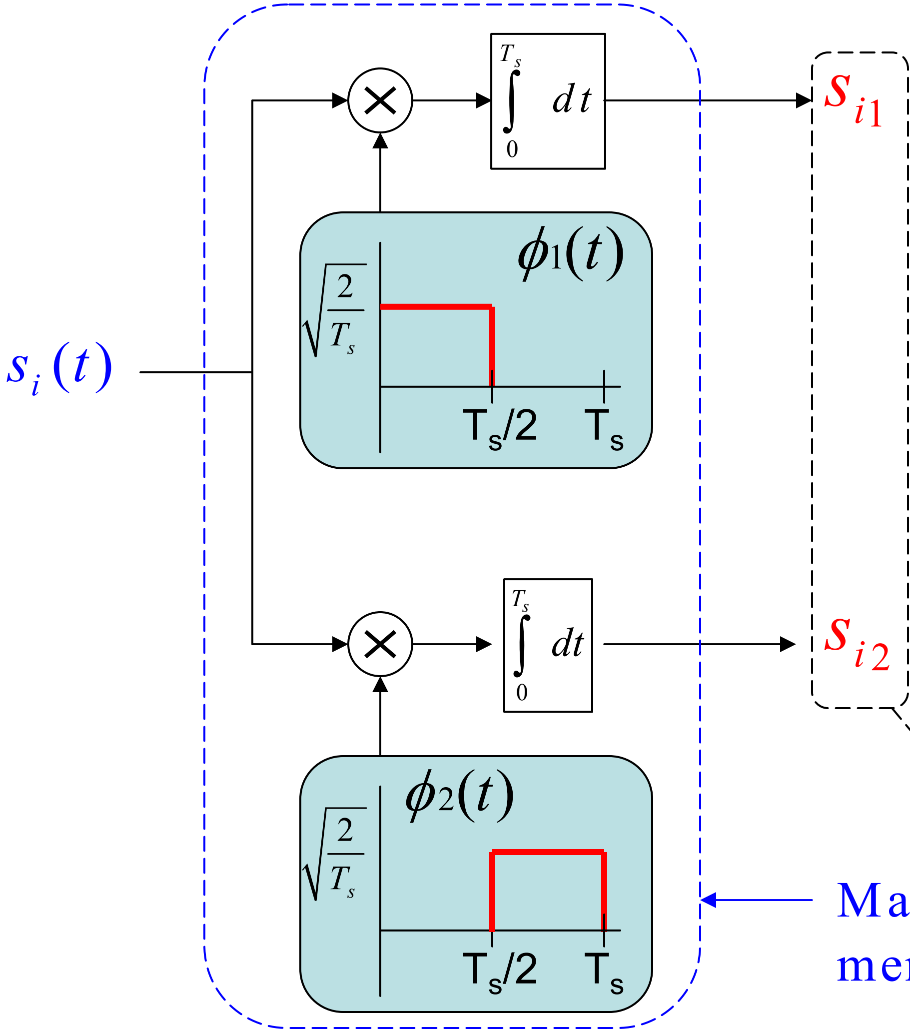
$$\vec{s}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ A\sqrt{T_s/2} \end{bmatrix}$$

Signal Space (Konstelasi Sinyal) - 2D

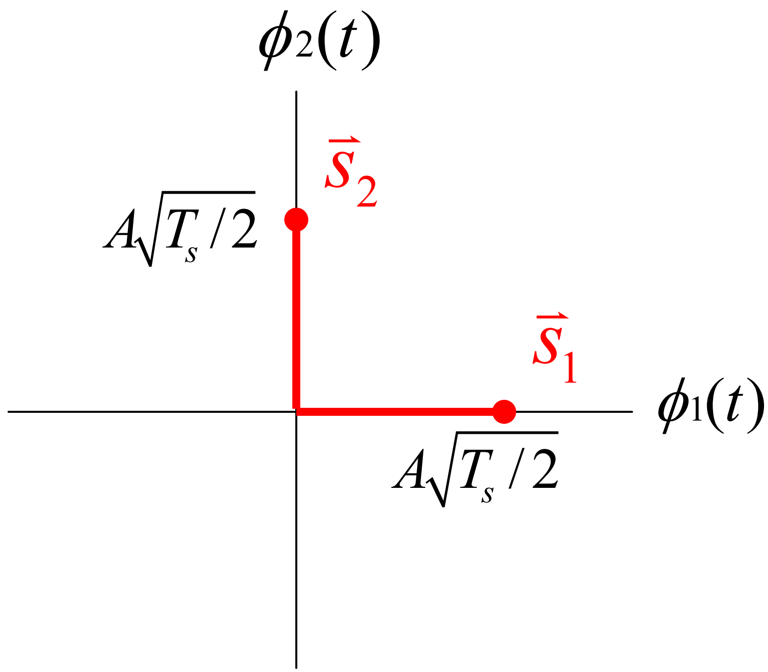
- 2 fungsi basis
- $s_i(t)$ → s_i ~ (vektor dgn 2 elemen)

4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Contoh: Orthogonal Binary PAM - cont.



Konstelasi Sinyal:

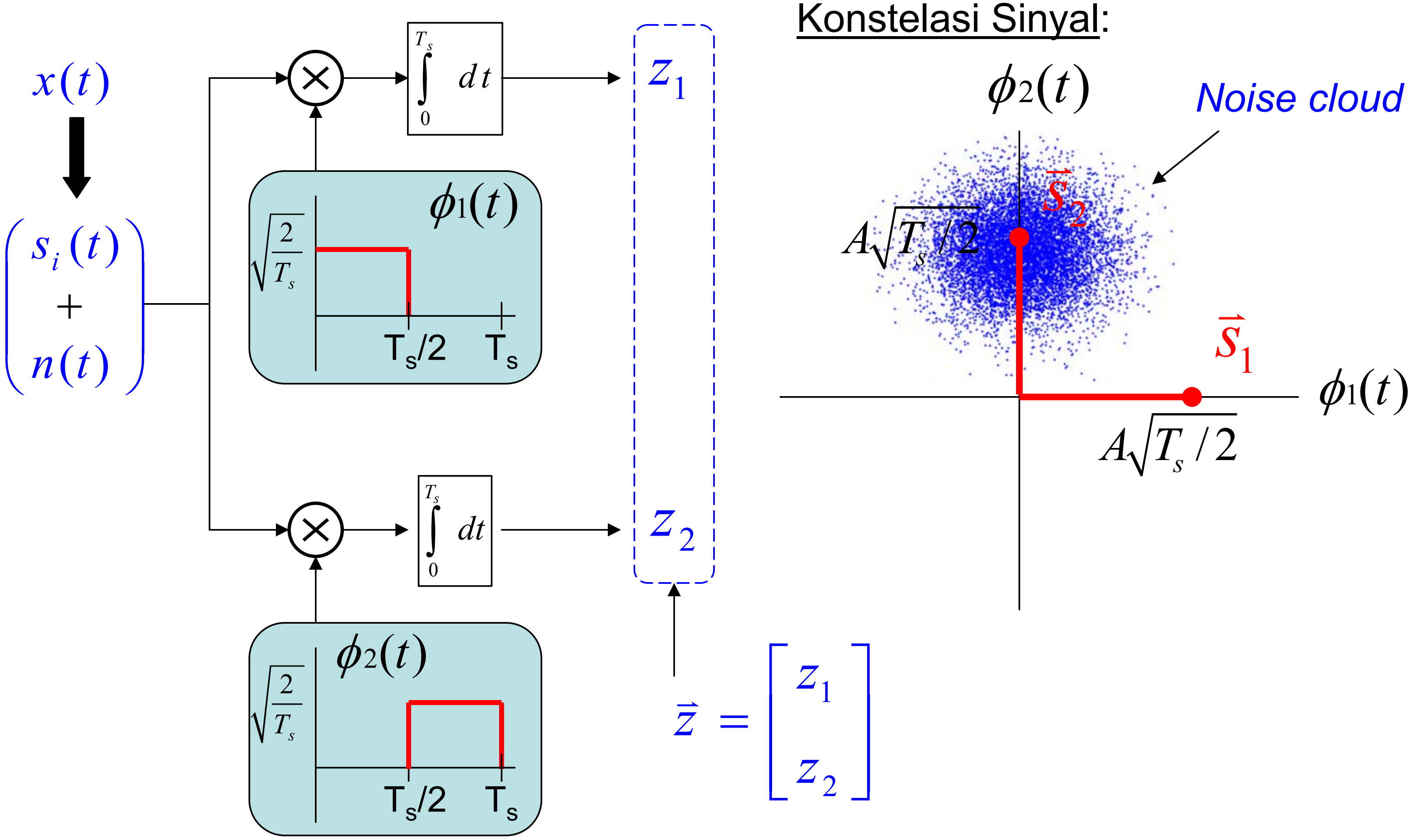


$\vec{s}_i$ - sinyal vektor

Mapping dari sinyal waveform $s_i(t)$ menjadi sinyal vektor $\vec{s}_i$

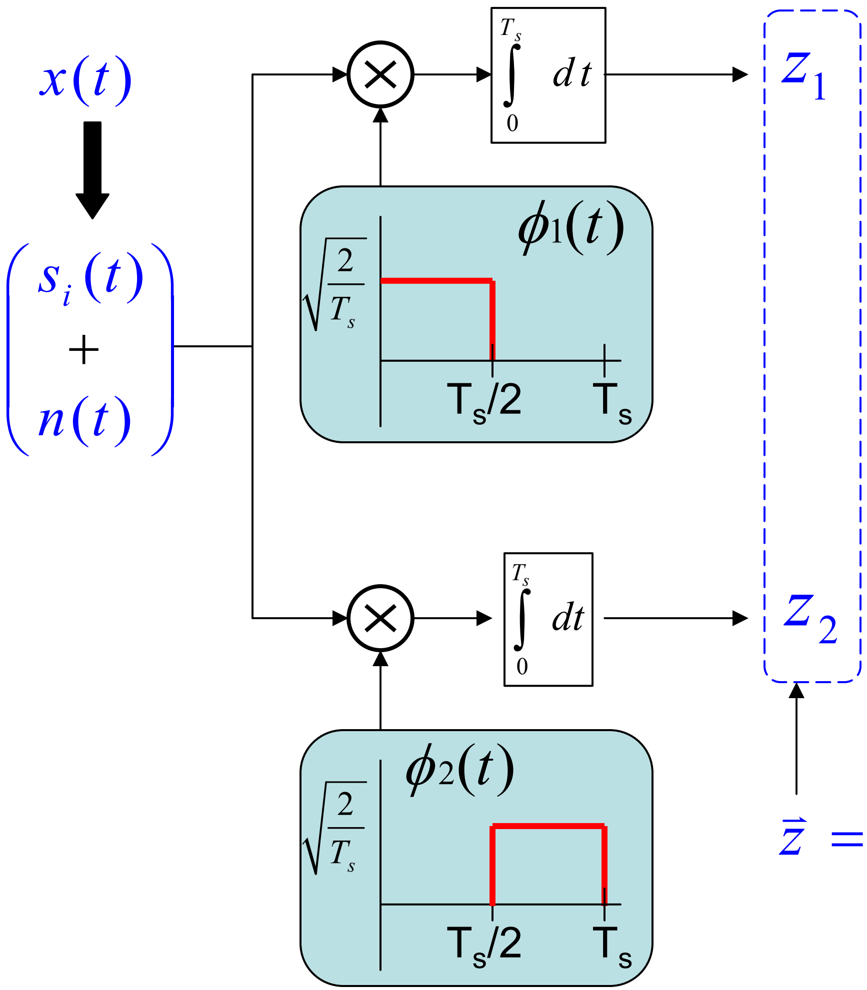
4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Contoh: Orthogonal Binary PAM - cont.

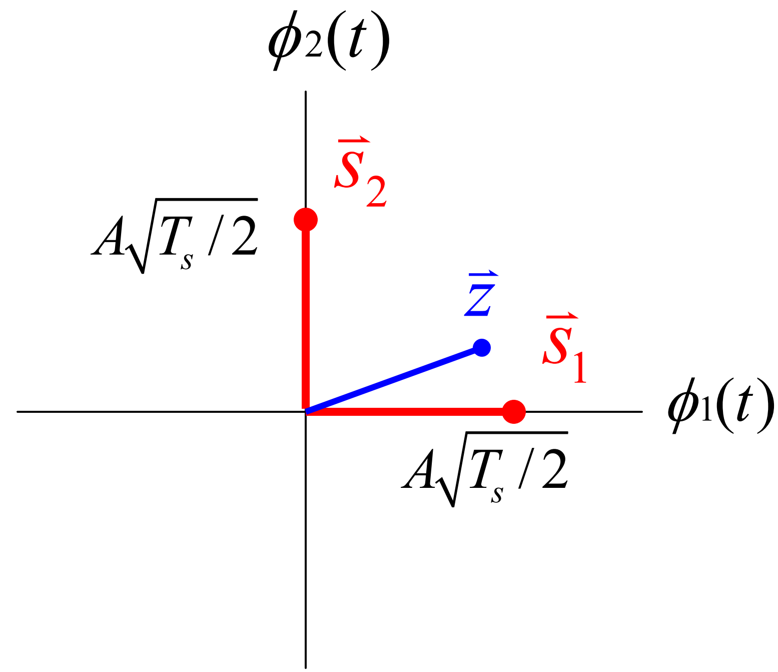


4.3. Pendeteksian Optimal: *“Minimum Euclidean Distance”* – cont.

Contoh: Orthogonal Binary PAM - cont.



Konstelasi Sinyal:



$$\vec{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Minimum Euclidean Distance detection mengukur jarak antara z dan s_1 / s_2, lalu memilih sinyal yang terdekat dengan z sebagai sinyal terkirim.

4.3. Pendeteksian Optimal: *“Minimum Euclidean Distance”* – cont.

Prinsip “*Minimum Euclidean Distance*”:

Tentukan Euclidean Distance antara $x(t)$ dan $s_i(t)$ lalu pilih $s_i(t)$ dengan Euclidean Distance yang terkecil.

$$\left\|\vec{z}-\vec{s}_i\right\|^2=\sum_{j=1}^{2}(z_j-s_{i,j})^2=\sum_{j=1}^{2}\left[(z_j)^2-2(z_j\cdot s_j)+(s_{i,j})^2\right]$$

$$=-2\sum_{j=1}^{2}z_j\cdot s_{i,j}+\sum_{j=1}^{2}(s_{i,j})^2$$

$$=-2<\vec{z}\cdot\vec{s}_i>+E_i$$

$$\boxed{<\vec{z}\cdot\vec{s}_i>-\frac{1}{2}E_i}$$

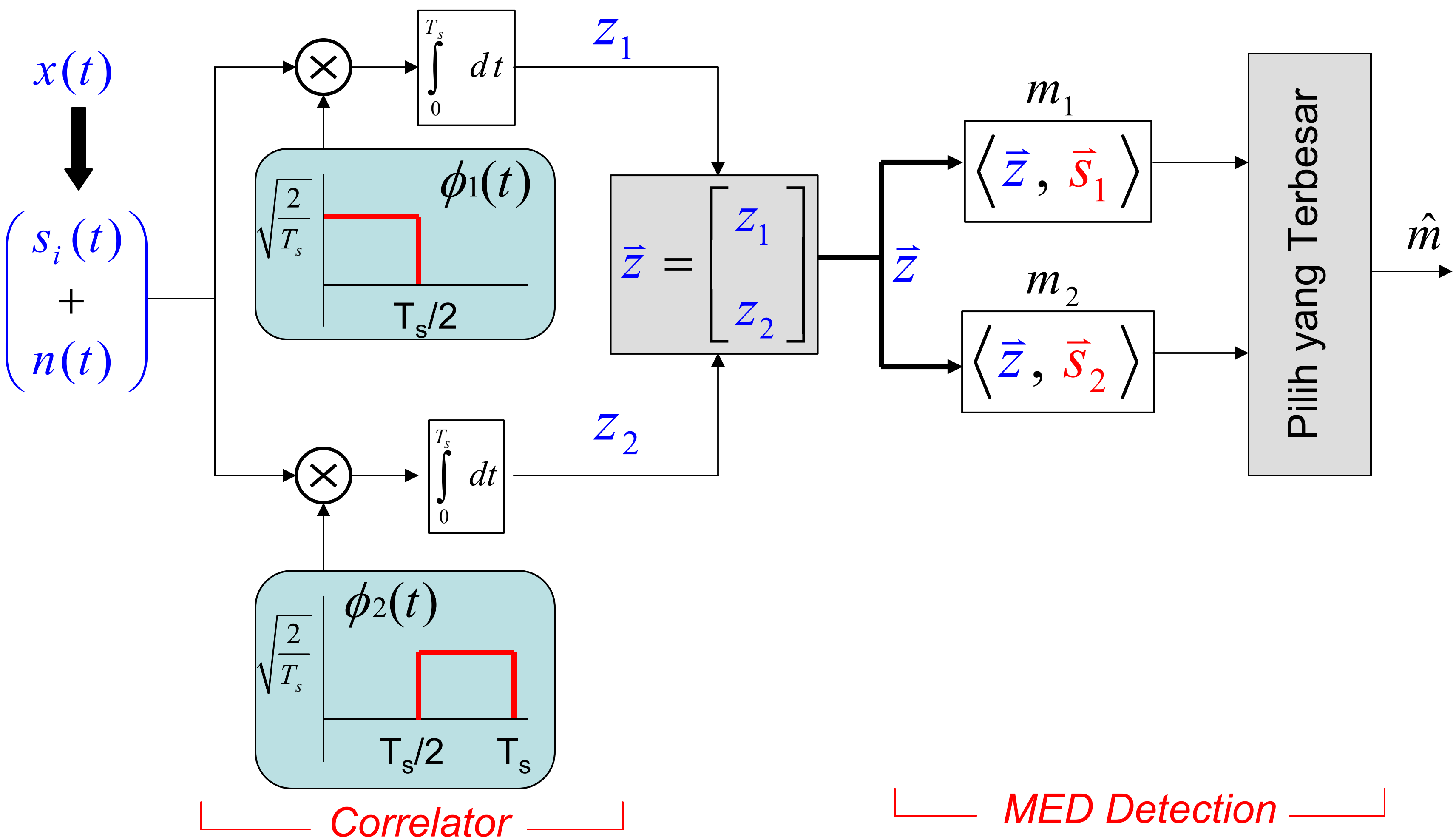
Pilih s_i yang memberi nilai TEBESAR untuk ini…

$$\boxed{<\vec{z}\cdot\vec{s}_i>}$$

… atau cukup ini, bila E_i sama besar untuk semua i .

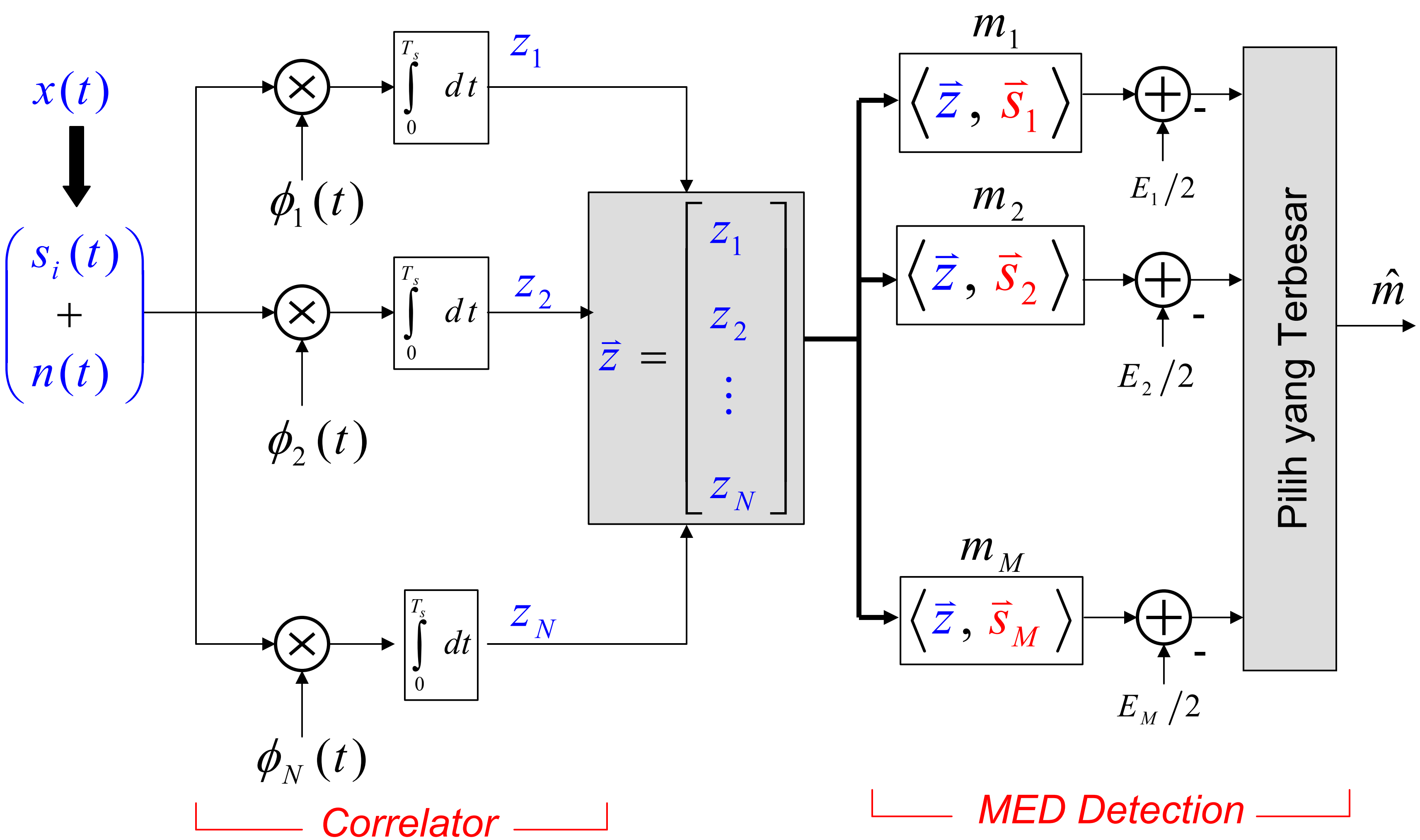
4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Correlator Receiver dengan MED detection untuk Orthogonal Binary PAM.



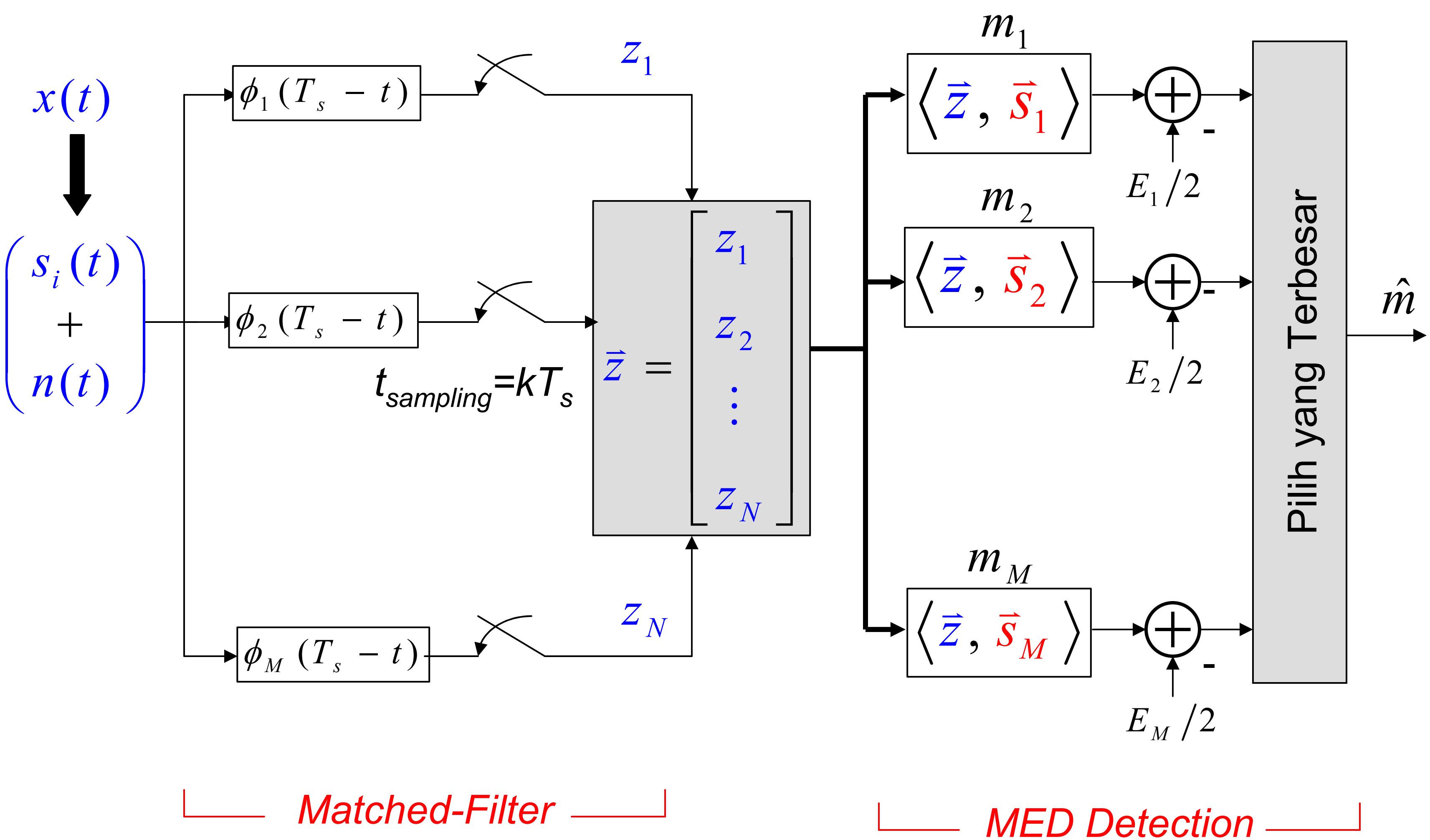
4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Correlator Receiver dgn Minimum Euclidean Detection:



4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Matched-Filter Receiver dgn Minimum Euclidean Detection :



4.3. Pendeteksian Optimal: *"Minimum Euclidean Distance"* – cont.

Correlator / Matched-Filter:

Berfungsi sebagai pemetaan sinyal dari '*sinyal waveform*' *x(t)* (fungsi dari waktu) menjadi '*sinyal vektor*' $\vec{z}$ (fungsi dari posisi dalam konstelasi sinyal)

Minimum Euclidean Distance Detection:

Berfungsi untuk mengukur 'kedekatan' antara *sinyal vektor* $\vec{s}_i$ dan *sinyal vektor* $\vec{z}$, dan memilih simbol m_i yang berkoresponden dengan $\vec{s}_i$ yang paling 'dekat' dengan $\vec{z}$.

Minimum Euclidean Distance (MED) dan *Maximum Likelihood (ML)* adalah 2 cara untuk mendapatkan pendeteksian yang optimal melalui 2 kriteria yang berbeda tapi secara prinsip ekuivalen.

4.4. Gram-Schmidt Orthonormalization

Gram-Schmidt Orthonormalization (GSO):

Untuk sebuah set sinyal waveform S = $\{s_1(t), s_2(t), \ldots, s_M(t)\}$, GSO akan memberikan sebuah set sinyal waveform $\Phi = \{\phi_1(t), \phi_2(t), \ldots, \phi_N(t)\}$ yang merupakan set fungsi basis dari set sinyal waveform S.

Iterasi GSO:

$$\varphi_1(t) = s_1(t)$$

$$\varphi_2(t) = s_2(t) - \left[\frac{\int_0^{T_s} s_2(t)\,\phi_1(t)\,dt}{\int_0^{T_s} \phi_1^2(t)\,dt}\right]\phi_1(t)$$

$$\varphi_2(t) = s_3(t) - \left[\frac{\int_0^{T_s} s_3(t)\,\phi_1(t)\,dt}{\int_0^{T_s} \phi_1^2(t)\,dt}\right]\phi_1(t) - \left[\frac{\int_0^{T_s} s_3(t)\,\phi_2(t)\,dt}{\int_0^{T_s} \phi_2^2(t)\,dt}\right]\phi_2(t)$$

, dan seterusnya …

4.4. Gram-Schmidt Orthonormalization – cont.

Jadi, untuk basis fungsi ke-i rumusnya adalah:

$$\varphi_i(t) = s_i(t) - \sum_{k=1}^{i-1} \left[\frac{\int_0^{T_s} s_i(t)\, \phi_k(t)\, dt}{\int_0^{T_s} \phi_k^2(t)\, dt} \right] \phi_k(t) \qquad ; 1 \le i \le k$$

Setelah semua fungsi basis telah didapatkan, langkah selanjutnya adalah normalisasi:

$$\varphi_i(t) = \frac{\varphi_i(t)}{\sqrt{\int_0^{T_s} \varphi_i^2(t)\, dt}} \qquad ; i = 1, 2, \ldots, N$$

$\varphi_1(t),\ \varphi_2(t), \ldots, \varphi_N(t)$ adalah N Fungsi Basis Orthonormal untuk set sinyal S.